

Ingeniería de Control

Introducción a la Identificación de sistemas

Daniel Rodríguez Ramírez

Teodoro Alamo Cantarero

Contextualización del tema

- Conocimientos que se adquieren en este tema:
 - Modelos deterministas a trozos.
 - Modelos de procesos con ruidos.
 - Concepto de identificación de sistemas.
 - Fases del proceso de identificación.
 - Propiedades importantes en identificación de sistemas.
- Este tema se complementa con el método de los mínimos cuadrados expuesto en el tema siguiente.

Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Introducción

El paso previo para un buen control es el conocimiento del sistema a controlar.

- Modelos → forma de representar el conocimiento de un sistema.
- Los modelos son representaciones simplificadas.
- Modelos que se acercan a la realidad mediante términos aleatorios → modelos de procesos estocásticos.
- Un modelo es útil para simulación, diseño de controladores, control basado en modelo, etc...
- Problema: obtener el modelo de un sistema.
- Obtención en base a datos experimentales: IDENTIFICACIÓN.
- Proceso iterativo con varias fases.
- El éxito de la identificación depende de ciertas propiedades:
 - Calidad de las señales de entrada.
 - Identificabilidad.

Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Modelos Clásicos

- Modelos → representan el conocimiento sobre un sistema.
- Modelos de procesos / modelos de perturbaciones.
- Modelos clásicos de perturbaciones:
 - Pulsos
 - Escalones
 - Rampas
 - Sinusoides
- Absolutamente predecibles.
- Generados por sistemas lineales.

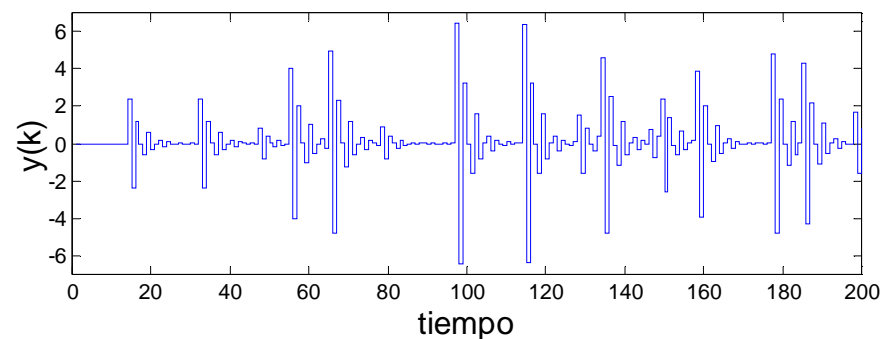
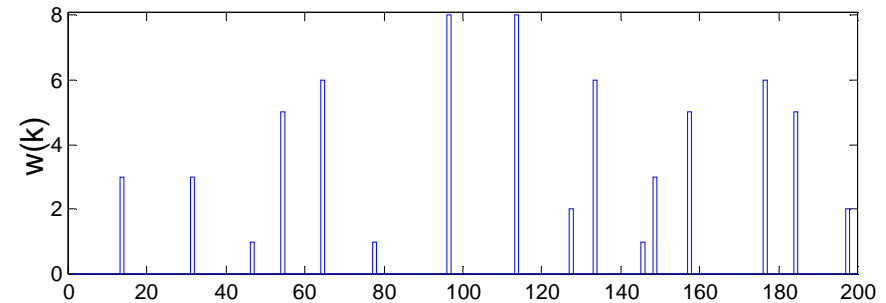
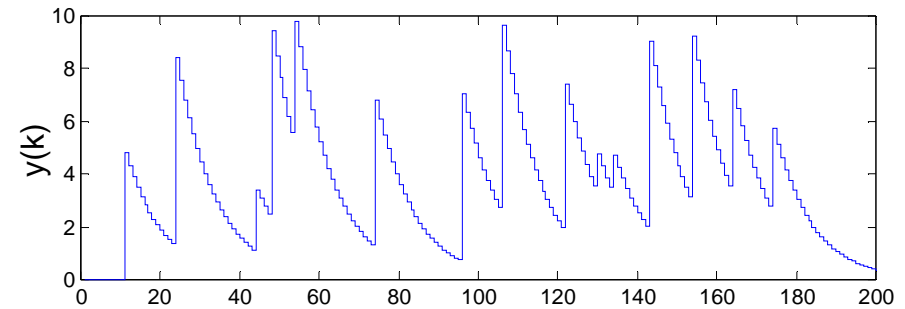
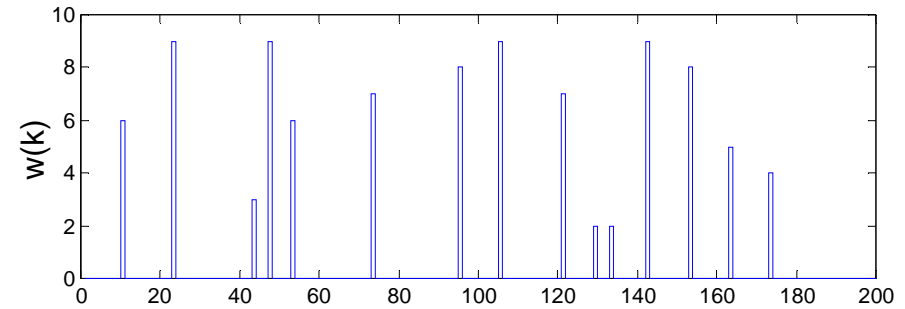
Simple y
poco
realistas

Modelos deterministas a trozos

- Más realistas que los modelos clásicos.
- No del todo predecibles.
- Se suponen generados por sistemas lineales del tipo:

$$y(k) = \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})}w(k)$$

- z^{-1} representa el operador retraso una muestra:
 $z^{-1}y(k)=y(k-1)$
- La entrada permanece a cero salvo en ciertos instantes separados más de n tiempos de muestreo.



Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Procesos estocásticos (Kolmogorov)

- Modelos más realistas, impredecibles.

Estocástico: relativo a una variable aleatoria; algo que sigue una determinada distribución de probabilidad, usualmente con varianza finita.

- Función

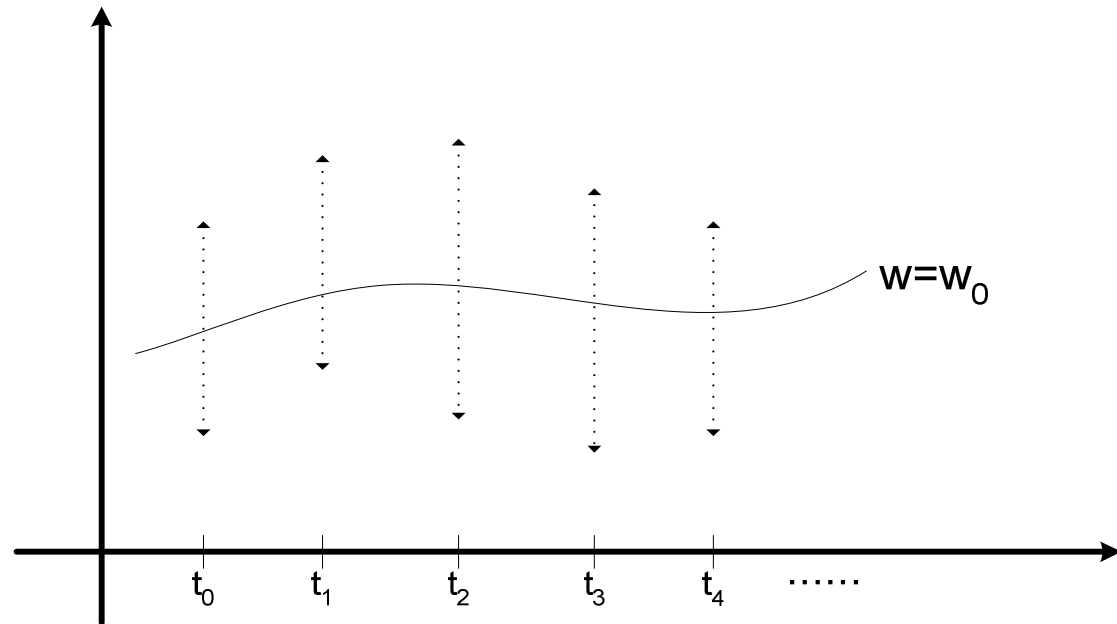
$$X(t, w)$$

- Realización

$$X(:, w_0)$$

- Variable aleatoria

$$X(t_0, :) \triangleq X(t_0)$$



Algunos procesos estocásticos

Proceso estocástico determinista: aquél cuya evolución puede ser predicha exactamente con un predictor lineal en base a medidas pasadas.

Proceso estocástico estacionario: aquél cuya distribución estadística para $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ es la misma que para $X(t_1+\tau), X(t_2+\tau), \dots, X(t_n+\tau)$.

Ruido blanco discreto: proceso estocástico cuyos elementos son variables aleatorias independientes entre sí y cuya distribución es idéntica.

$$E \{x(k)\} = 0$$

$$E \{x(i)x(j)\} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ \sigma^2 & \text{si } i = j \end{cases}$$

Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

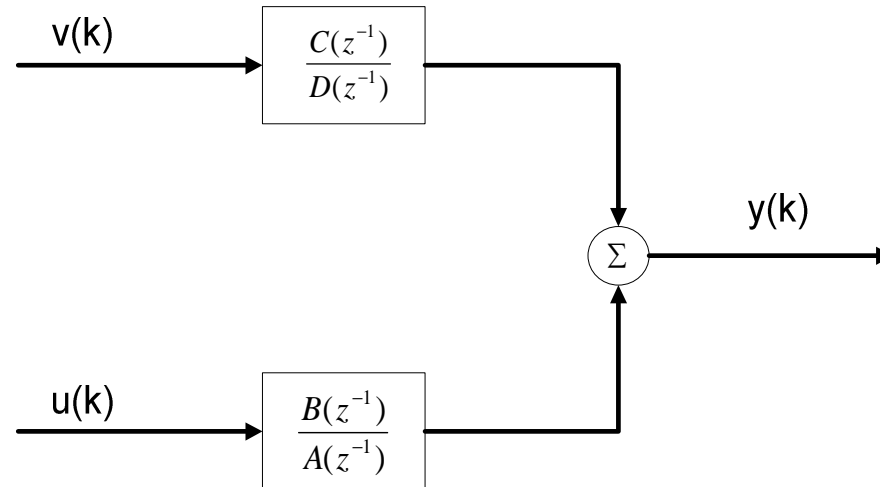
11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Modelos de procesos con ruidos

- Modelo de Box-Jenkins:



- Modelo de Media Movil (MA):

$$y(k) = v(k) + c_1 v(k-1) + c_2 v(k-2) + \dots + c_n v(k-n)$$

- Modelo Autoregresivo (AR):

$$y(k) + d_1 y(k-1) + d_2 y(k-2) + \dots + d_n y(k-n) = v(k)$$

Modelos de procesos con ruidos

- Modelo Autoregresivo de Media Móvil (ARMA)

$$y(k) + d_1y(k-1) + \dots + d_ny(k-n) = v(k) + c_1v(k-1) + c_2v(k-2) + \dots + c_nv(k-n)$$

- Modelo Autoregresivo de Media Movil con una entrada Exogena (ARMAX)

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n) + v(k) + c_1v(k-1) + \dots + c_nv(k-n)$$

- Modelo Autoregresivo con entrada exógena para mínimos cuadrados (ARX-LS)

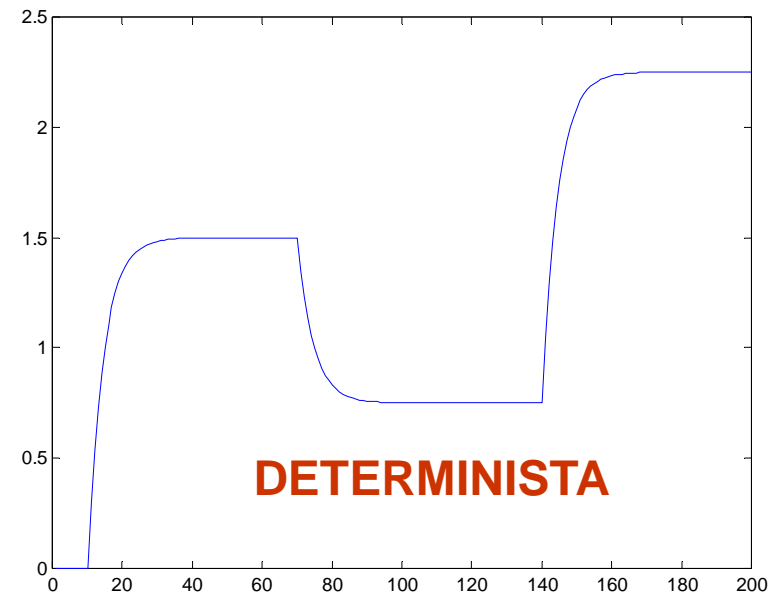
$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n) + v(k)$$

- Modelo Autoregresivo de Media Móvil integrada y con una entrada exógena

$$y(k) + a_1y(k-1) + \dots + a_ny(k-n) = \frac{b_1u(k-1) + \dots + b_nu(k-n) + v(k) + c_1v(k-1) + \dots + c_nv(k-n)}{\Delta}$$

Modelos de procesos con ruidos

Nombre	Modelo
MA	$y(k) = C(z^{-1})v(k)$
AR	$D(z^{-1})y(k) = v(k)$
ARMA	$D(z^{-1})y(k) = C(z^{-1})v(k)$
ARMAX	$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + C(z^{-1})v(k)$
ARX-LS	$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + v(k)$
ARIMAX	$A(z^{-1})y(k) = B(z^{-1})u(k-1) + \frac{C(z^{-1})v(k)}{\Delta}$



Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.


Ideas básicas sobre identificación de sistemas

- Modelo de un sistema → representa el conocimiento de la dinámica de un sistema.
- Herramienta de análisis y diseño.
- Usualmente jerarquía de modelos (mayor a menor nivel de detalle).
- Dos alternativas para modelar:
 - Obtener el modelo mediante principios y leyes físicas (**modelo de primeros principios**).
 - Obtenerlo mediante experimentos → **IDENTIFICACIÓN DE SISTEMAS**.
- Aplicaciones de los modelos experimentales:
 - Simulación.
 - Análisis y diseño de sistemas de control.
 - Predicción.
 - Supervisión y monitorización.
 - Optimización.
 - Sensores software.

Ideas básicas sobre identificación de sistemas

- Pasos del proceso:

- Planificación de experimentos.
- Realización de los experimentos y registro de datos.
- Selección del tipo de modelos.
- Elección de un criterio de bondad del modelo.
- Estimación de los parámetros del modelo.
- Validación del modelo.



Condicionados
por el método de
identificación

Planificación de los experimentos

- Experimentar es costoso.
- Técnicas sencillas de identificación → experimentos rígidos.
- Técnicas complejas de identificación → menos exigentes con los experimentos.
- Los experimentos deben poner de manifiesto toda la dinámica del sistema.
- Identificación en bucle abierto o cerrado:
 - Bucle Abierto no siempre posible.
 - Bucle Cerrado más difícil:
 - Sistemas identificables en BA, no identificables en BC.
 - Lazos simples y consignas estáticas → Difícil identificación en BC.
 - Lazos complejos, perturbaciones y consignas cambiantes → Más fácil.

Otros aspectos a tener en cuenta en el diseño de los experimentos

- Señales de entrada:
 - Manipulación sencilla.
 - Amplitud: restringida a zona lineal.
 - Rango de frecuencias: mejor cuanto más amplio.
 - Excitación permanente.
- Elección del periodo de muestreo.
- Tiempo de identificación (cantidad de datos necesarios).
- Técnicas on-line o off-line.

Realización de los experimentos y recogida de datos

- Tras la realización → Acondicionamiento de datos:
 - Eliminación de componente continua.
 - Filtrado de perturbaciones de alta frecuencia.
 - Eliminación de perturbaciones de baja frecuencia (derivadas, offsets...)
 - Eliminación de datos erróneos.
 - Escalado de variables.
 - Identificación de los retardos.

Selección del tipo de modelo

- Tipos de modelos según el conocimiento sobre su física:
 - Modelos de Caja Blanca.
 - Basados en leyes de la física.
 - Modelos de Caja Negra.
 - Solo interesa la función dinámica externa.
 - Modelos de Caja Gris.
 - Hay que estimar constantes o parámetros
- Tipos de modelos según el modo de parametrización:
 - Modelos paramétricos.
 - Se especifican mediante un reducido conjunto de parámetros.
 - Modelos no paramétricos.
 - No se pueden representar con un número finito de parámetros:
Respuesta frecuencial, Impulsional Infinita...

Usaremos modelos de caja negra paramétricos.

Selección del tipo de modelo

- Otros aspectos que permiten clasificar modelos:
 - Dominio **temporal** o frecuencial.
 - Deterministas o **estocásticos**.
 - **Dinámicos**, estáticos o de eventos discretos.
 - De parámetros distribuidos o **concentrados**: no se considera la variación en función del espacio.
 - **Lineales** o no lineales.
 - Tiempo continuo o **tiempo discreto**.
- A la hora de construir un modelo:
 - Los modelos siempre son representaciones simplificadas de la realidad.
 - El modelo debe ser apropiado para el fin que se persigue.
 - La complejidad debe ser la suficiente para recoger los aspectos esenciales del sistema.

Elección de un criterio

- Expresa lo bueno que es el modelo obtenido → como se ajusta o reproduce los datos experimentales.

“Criterio de bondad de ajuste”

- Usualmente es una función de los errores de estimación:

$$J(\theta) = \sum_{k=1}^N g(e(k))$$

Estimación de los parámetros del modelo

- Necesarios: datos experimentales, tipo de modelo y criterio.
- Se busca el conjunto de parámetros que mejor ajusta a los datos → Minimizar el criterio:

$$\theta^* = \arg \min_{\theta} J(\theta)$$

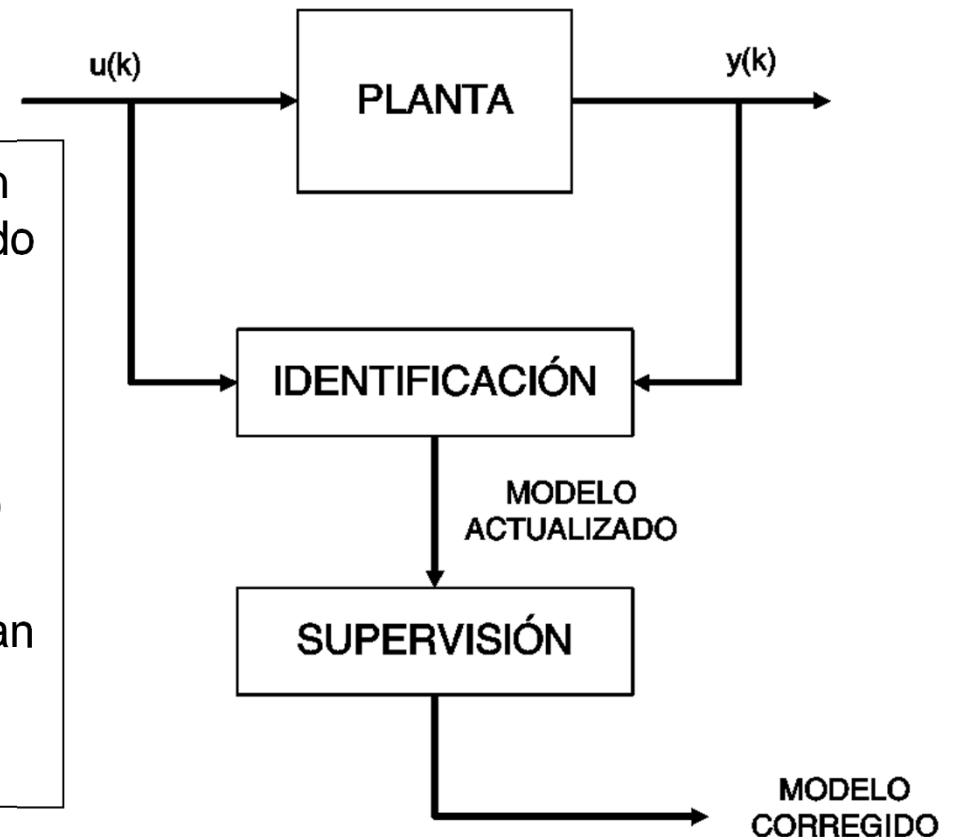
- Si el modelo es estocástico → Estimación estadística.
- Diferentes formas de implementar.
- Estimación directa (una pasada), estimación iterativa (múltiples pasadas).
- Estimación fuera de línea (algoritmo no recursivo), en línea (alg. recursivo).

Identificación fuera de línea

- Primero se obtienen todos los datos y después se ajusta el modelo sobre todos los datos.
- Buena convergencia, fiable.
- Resultados pobres si la dinámica cambia a lo largo del experimento.

Identificación en línea

- La estimación del modelo se hace en tiempo real, conforme se van tomando los datos.
- Más complejo.
- Necesidad de supervisión.
- Apropiado si la dinámica del proceso cambia con el tiempo.
- Esenciales en sistemas que rediseñan el controlador periódicamente.



Estimación de los parámetros del modelo

- Técnicas de identificación no paramétrica:
 - Análisis de respuesta transitoria: impulso, escalón...
 - Técnicas frecuenciales: Fourier, análisis espectral.
 - Análisis de correlación: señales periódicas, estocásticas (se obtiene una función de correlación entre las variables).
 - Técnicas buenas para procesos con estructura no conocida.
 - Análisis complicado.
- Técnicas de identificación paramétrica:
 - Estimación de parámetros: continuos o discretos, predicción del error.
 - Algoritmos de mínimos cuadrados y estimador de máxima verosimilitud.
 - Requiere conocer la estructura del modelo.
 - Se utiliza una función del error.
 - Mejor si existe una relación lineal entre el error y los parámetros.

Validación del modelo

- Validación cruzada:
 - Conjunto de Estimación (CE).

$$\hat{\theta}_{CE} = \arg \min_{\theta} V_{CE}(\theta, CE)$$

- Conjunto de Validación (CV).

$$\hat{F}_{CE} = V_{CP}(\hat{\theta}_{CE}, CP)$$

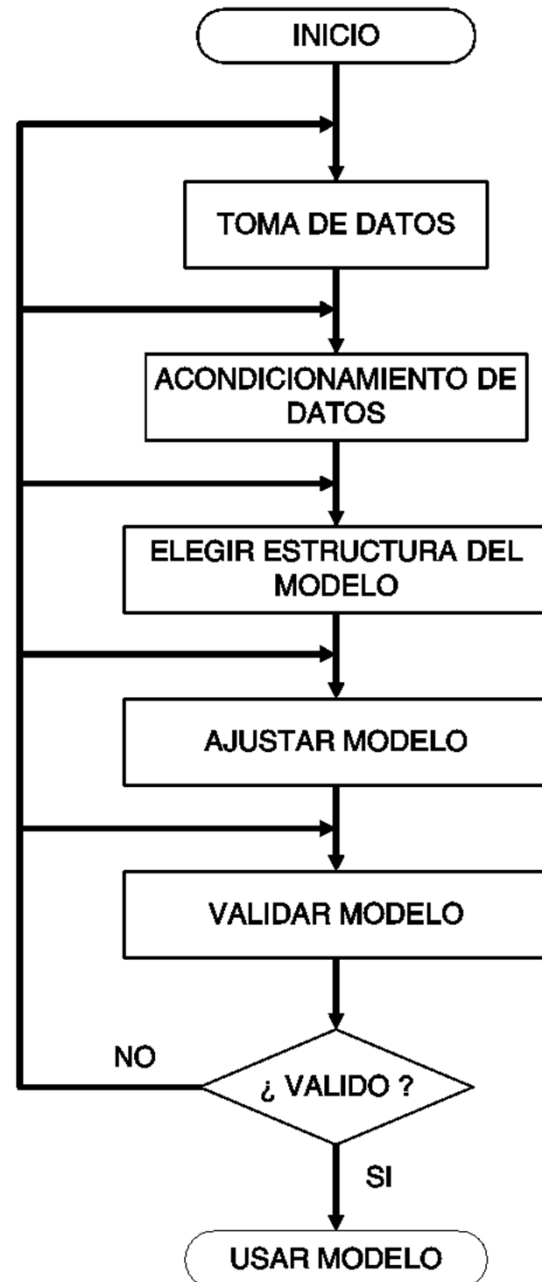
Validar según reproduzca el modelo datos no usados.

- Estimar distintos tipos de modelos y validar el mejor.
- El criterio de validación puede ser distinto al de estimación:

$$V_{CP}(\theta, CP) = \left(1 + \frac{2\dim(\theta)}{N}\right) \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N e^2(t, \theta)$$

- Otras técnicas: **análisis de residuos.**
 - Los errores de predicción no deben estar correlados con el resto de información disponible como los valores del estado del sistema.
 - La presencia de correlaciones es síntoma de dinámicas no modeladas.

Resumen del proceso de identificación



Proceso a repetir total o parcialmente hasta que el modelo sea satisfactorio

Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Excitación Persistente

- Una señal de entrada que pone de manifiesto toda la dinámica de un sistema de orden n se dice que es persistentemente excitadora de orden n .
- Particularizando a un modelo del tipo:

$$y(k) = b_1 u(k-1) + \dots + b_n u(k-n)$$

una señal $u(k)$ es persistentemente excitadora de orden n si

$$\mathbf{C}_n = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \begin{bmatrix} \sum_{k=n}^N u^2(k-1) & \dots & \sum_{k=n}^N u(k-1)u(k-n) \\ \vdots & & \vdots \\ \sum_{k=n}^N u(k-1)u(k-n) & \dots & \sum_{k=n}^N u^2(k-n) \end{bmatrix}$$

es definida positiva (N : número de observaciones del sistema).

- Pulso: no excita para ningún orden ($\mathbf{C}_1 = 0$).
- Escalón: excitación persistente de orden 1.
- Senoidal: excitación persistente de orden 2.
- Ruido blanco: excitación persistente para todo n .

Excitación Persistente

- En general:

Una señal $u(k)$ es persistentemente excitadora de orden n si y sólo si

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N A(z^{-1})u(k) \right)^2 > 0$$

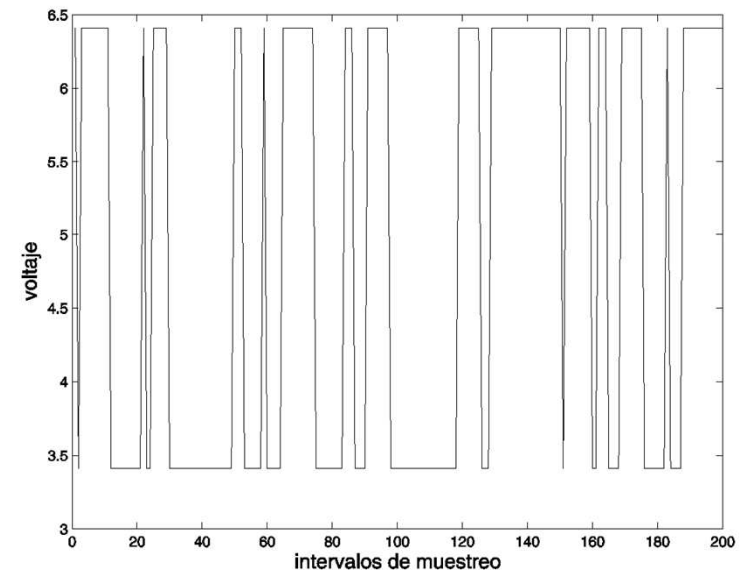
para todo $A(z^{-1})$ no nulo de grado inferior a n .

- Por otra parte:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \left(\sum_{k=1}^N A(z^{-1})u(k) \right)^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |A(e^{i\omega})|^2 \Phi_u(\omega) d\omega$$

Un polinomio de grado $n-1$ sólo se anula en $n-1$ puntos y el espectro del ruido blanco es distinto de cero en todo el intervalo \rightarrow excita persistentemente a todo orden n .

PRBSS: Pseudo Random Binary Step Sequence



Convergencia e identificabilidad

Factores relacionados con la identificabilidad

- Conocer orden y retraso del sistema.
- Conocer la componente continua de $y(k)$ y $u(k)$.
- $u(k)$ debe ser persistentemente excitadora de orden igual superior al del sistema.
- Las perturbaciones sobre $y(k)$ deben ser estacionarias.
- $e(k)$ debe ser incorrelado con $x(k)$.
- $E\{e(k)\} = 0$
- Las condiciones iniciales también afectan.

Esquema del tema

11.1. Introducción.

11.2. Perturbaciones deterministas a trozos.

11.3. Procesos estocásticos.

11.4. Modelos de procesos con ruidos.

11.5. Ideas básicas sobre identificación de sistemas.

11.5.1. Planificación de los experimentos.

11.5.2. Selección del tipo de modelo.

11.5.3. Elección de un criterio.

11.5.4. Estimación de los parámetros.

11.5.5. Validación del modelo.

11.5.6. Resumen del proceso de identificación.

11.6. Algunas propiedades.

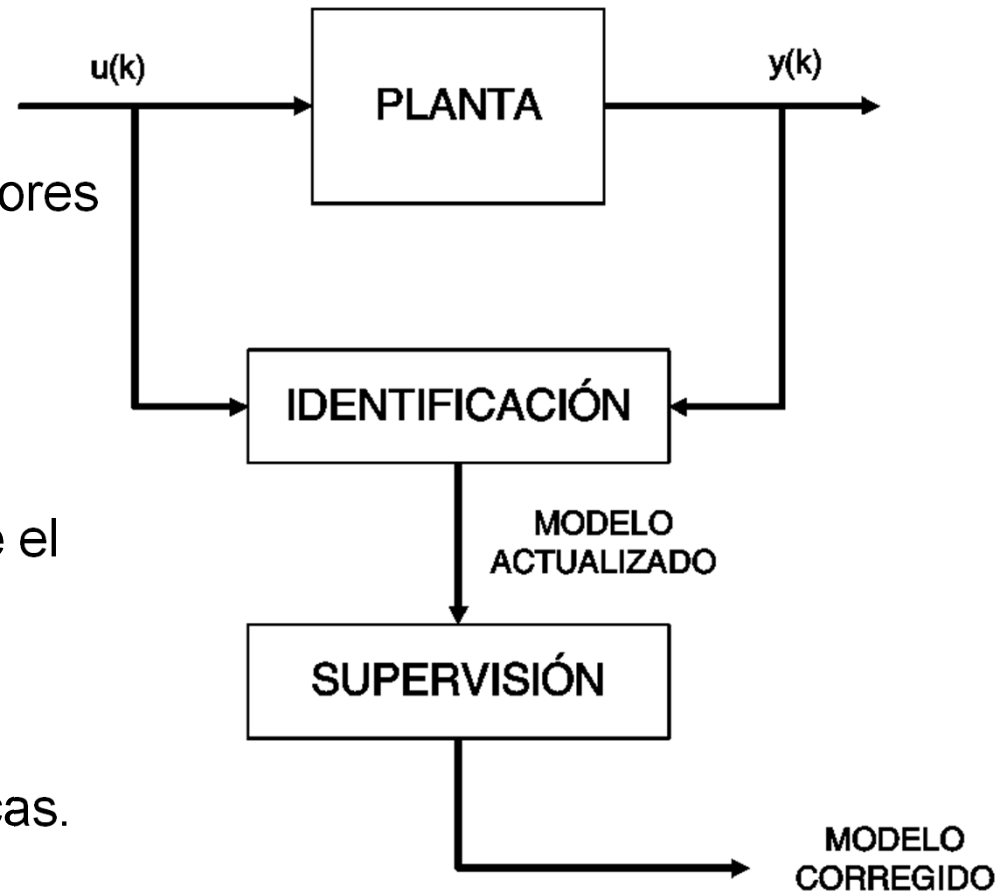
11.6.1. Excitación persistente.

11.6.2. Convergencia e identificabilidad.

11.7. Niveles de supervisión y acondicionamiento.

Niveles de supervisión

- Propio de los métodos de identificación en línea.
- Detección y corrección de errores en el modelo obtenido.
- Evitar problemas que desestabilicen el proceso de identificación.
- Necesario en sistemas donde el controlador se rediseña periódicamente en base al modelo.
- Basados en reglas y heurísticas.



Niveles de supervisión

- Acondicionamiento de datos automático:
 - Filtrado de datos a la entrada del identificador.
 - Eliminación de componente continua y escalado de las variables.
- Supervisar la evolución de los parámetros:
 - Derivas en los parámetros: problemas en el orden del modelo.
 - Cambios bruscos en los parámetros.
 - Análisis de correlación en los residuos: dinámicas no modeladas.
 - Relación señal ruido.
- Monitorizar otros parámetros del identificador:
 - Evolución del error de identificación (traza matriz de covarianza).
 - Ajuste del factor de olvido, ganancias de adaptación...
- Monitorizar la introducción de riqueza dinámica en el sistema:
 - Inyectar perturbaciones si es necesario.
 - Realizar paradas del identificador