Ingeniería de Control

Tema 8. El Predictor de Smith y estructuras afines

Daniel Rodríguez Ramírez

Teodoro Alamo Cantarero

Contextualización del tema

- Conocimientos que se adquieren en este tema:
  - Conocer los efectos adversos del retraso.
  - Saber diseñar el compensador de retrasos más popular, el Predictor de Smith.
  - Tener en cuenta los efectos del error de modelado en el Predictor de Smith.
  - Conocer dos casos particulares del Predictor de Smith: el Predictor PI y el control PI predictivo.
  - Conocer otras dos aplicaciones del uso de predictores en control: el control de sistemas de fase no mínima con un predictor simplificado y el control IMC.

Esquema del tema

8.1. Introducción.

8.2. Sistemas con retraso.

8.3. Problemática de los retrasos.

8.4. Predictor de Smith.

8.5. Predictor PI y control PI predictivo.

8.6. Control de sistemas de fase no mínima usando un predictor.

8.7. Control IMC.

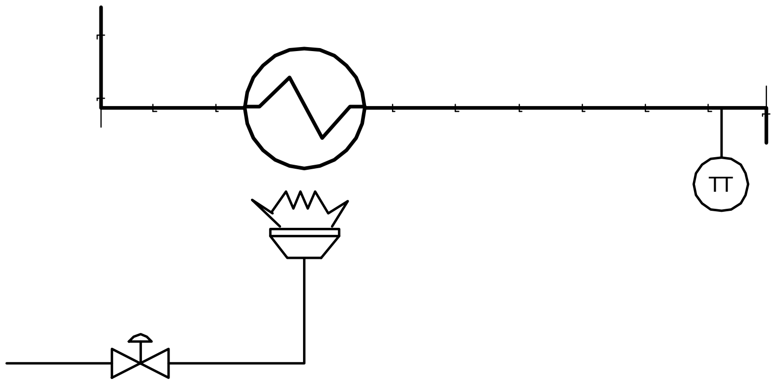
Introducción

- El control de sistemas con retraso presenta dificultades.
- La solución pasa por desintonizar los PID → solución inadecuada.
- Existen soluciones más avanzadas.
- La más popular el Predictor de Smith.
  - Se basa en un modelo del proceso.
  - Mejora el funcionamiento y aumenta la robustez.
- Otros esquemas basados en el Predictor de Smith.
  - Predictor PI.
  - Control PI predictivo.
- Otras estructuras basadas en un predictor:
  - Control de sistemas de fase no mínima.
  - Control por modelo interno (IMC).

Esquema del tema

Sistemas con retraso

- La existencia de retrasos o tiempos muertos entre la variable manipulada y la controlada es muy común.
- Pueden deberse por ejemplo al tiempo que toma un fluido en pasar de un punto a otro: retraso distancia-velocidad.



$$\text{retraso} = \frac{\text{distancia al sensor}}{\text{velocidad de transporte del fluido}}.$$

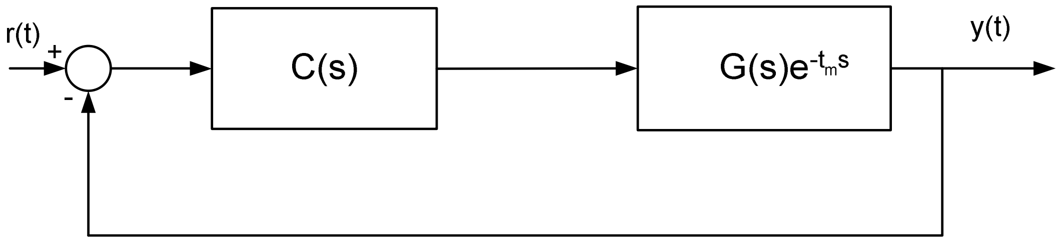
- También puede deberse al tiempo que toma un sensor en producir la medida o al tiempo de mezcla imperfecta de un equipo tipo reactor agitado.

Tiempo que transcurre entre el momento en el que se produce un cambio en una variable de entrada y el momento en el que se observa una variación en la salida imputable a la variación en la entrada.

Sistemas con retraso

- La presencia de retrasos en un sistema introduce retraso de fase incluso a bajas frecuencias → control más dificil si el retraso es grande.
- La solución más elemental es desintonizar el controlador e intentar controlar con un lazo simple de realimentación → resultados pobres.
- Una mejor solución es usar una estructura de control avanzada como el Predictor de Smith → compensador de retraso basado en un modelo del proceso.
- Representación de un sistema en tiempo continuo cuyo retraso es t_m y función de transferencia (excluyendo el retraso) G(s):

$$G_p(s) = e^{-st_m}G(S)$$



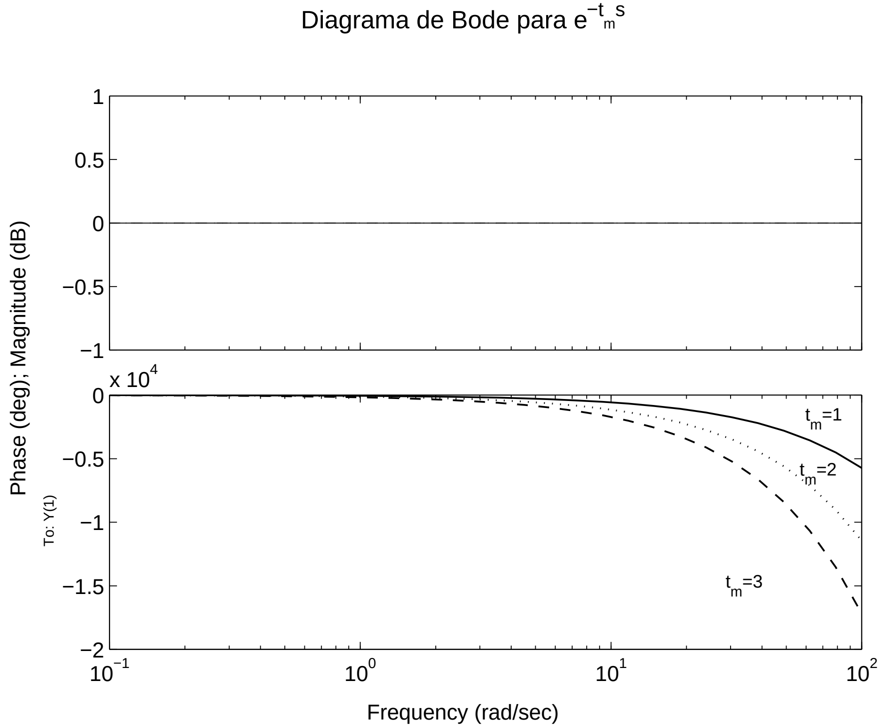
- En tiempo discreto el retraso será de *d* tiempos de muestreo:

$$G_p(z^{-1}) = z^{-d}G(z^{-1}).$$

Esquema del tema

Problemática del control de procesos con retrasos

- El control de sistemas con retrasos es más difícil → ¿ por qué ?.
- El factor $e^{-t_m s}$ es un número complejo de módulo 1 (para cualquier frecuencia ω)→ no se introduce ganancia ni atenuación alguna.
- La fase sin embargo es $-t_m\omega$. Por tanto a mayor frecuencia, mayor desfase se introduce.



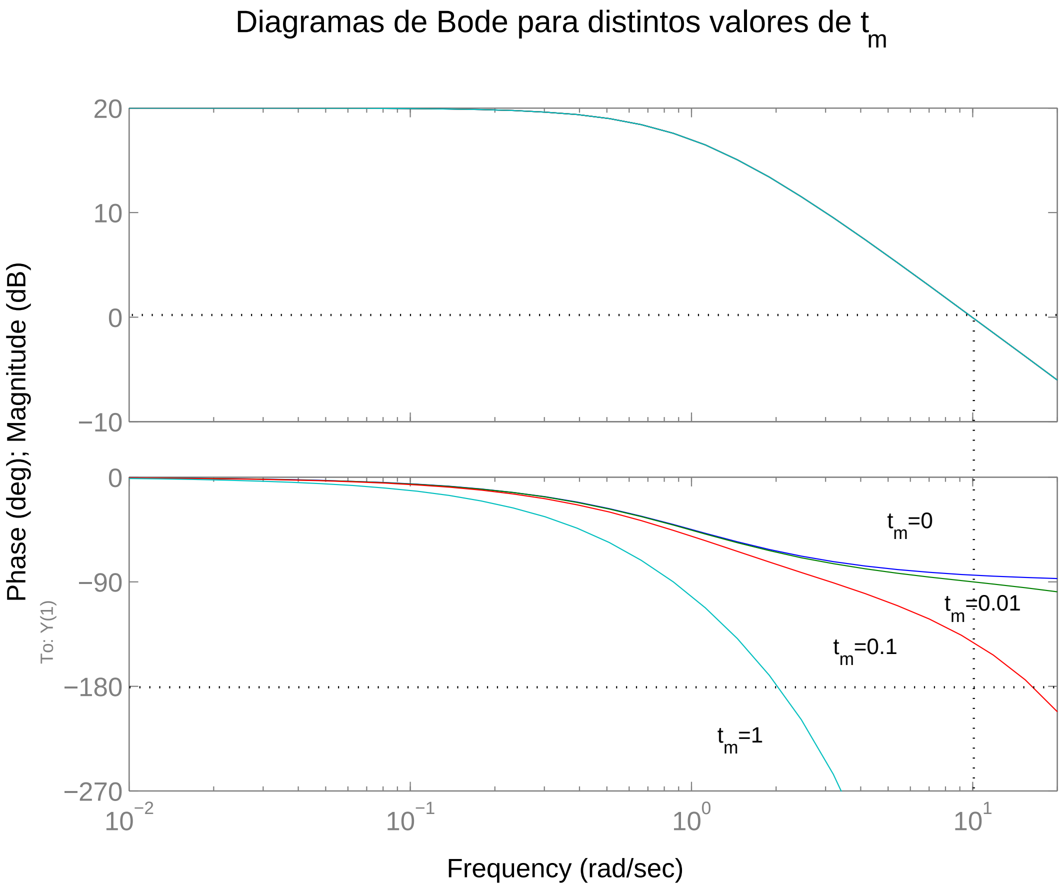
- Al introducirse tanto desfase, el margen de ganancia se reduce y el sistema puede llegar a perder la estabilidad en bucle cerrado.

Problemática del control de sistemas con retrasos

- Considérese el sistema:

$$G_p(s) = \frac{10}{s+1}e^{-t_m s}$$

- Este sistema se pretende controlar con un controlador proporcional, *K=1*. El bode es:

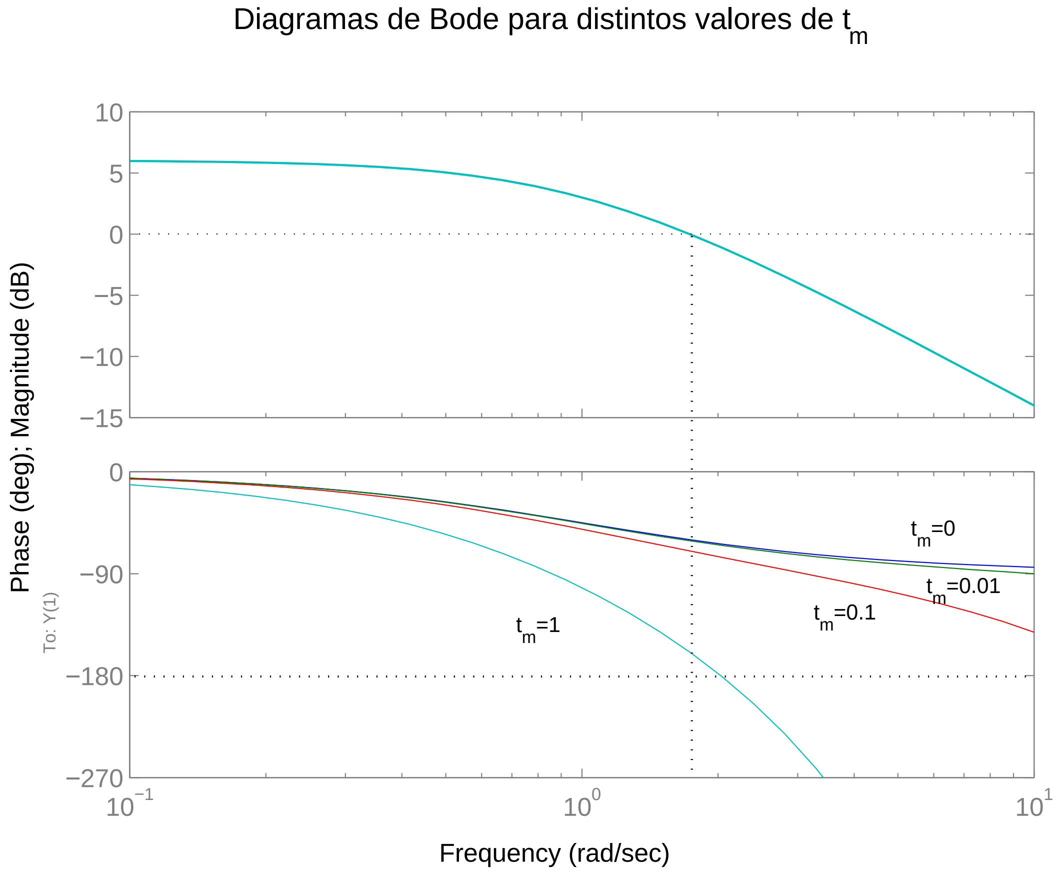


A medida que aumenta el retraso, el margen de fase se reduce hasta hacerse negativo

Para aumentar el retraso admisible el corte con 0 dB se tendría que producir a menor frecuencia

Problemática del control de sistemas con retrasos

- Si se baja la ganancia se adelanta el corte con 0 dB. Por ejemplo con *K=0.2*:



Margen de fase positivo para todos los retrasos considerados

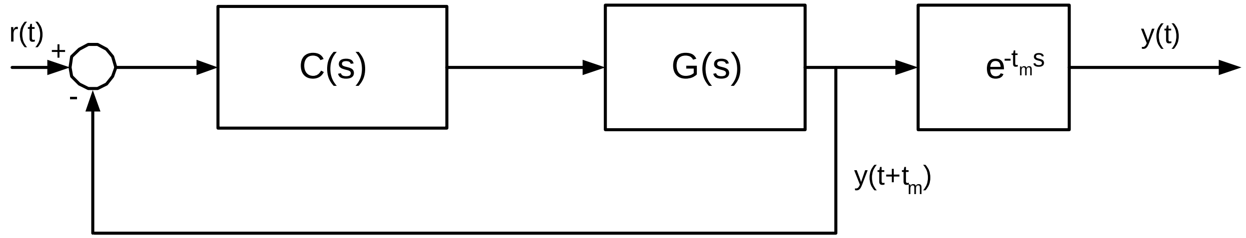
Desintonizando el controlador (bajando *K*) se obtiene un mejor rendimiento frente al retraso del proceso.

Respuesta lenta y pobre rechazo de perturbaciones

Esquema del tema

El predictor de Smith

- Es una de las estructuras de control avanzado más populares y que trata de solucionar el problema del control de procesos con retrasos.
- Desarrollado para sistemas continuos (1950), pero más apropiado para implementación con sistemas digitales.
- Se parte de la idea de adelantar el sensor:



- La función de transferencia en este caso es:

$$G_{BC}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1+C(s)G(s)} e^{-t_m s}$$

La salida será la del sistema sin retraso en bucle cerrado pero retrasada t_m.

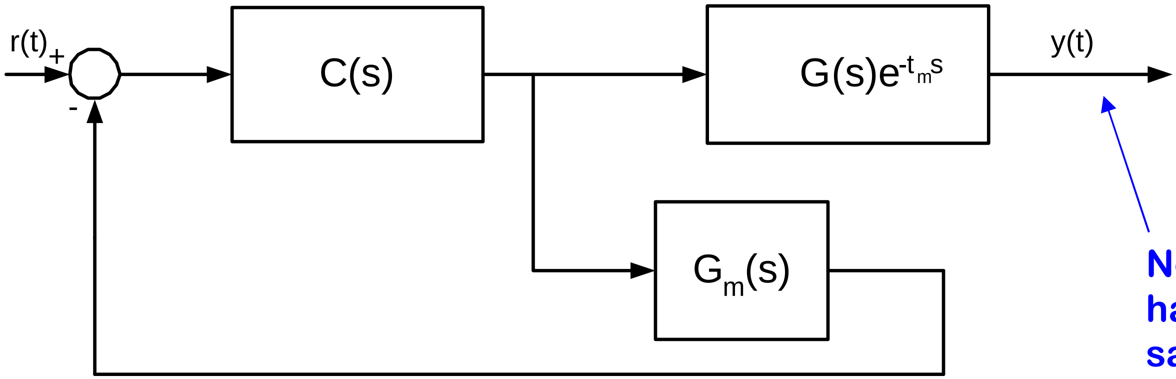
Solución ideal, desgraciadamente no siempre posible.

El Predictor de Smith

- Cuando no se puede adelantar el sensor, el valor de la salida tras el retraso, $y(t+t_m)$, no se puede medir en t, por lo que hay que estimarla.
- La estimación se hace usando un modelo (aproximado) de G(s), denotado por $G_m(s)$.

Modelo del proceso sin retraso→ “modelo rápido”

- Una posible solución es realimentar la salida del “modelo rápido”:



Nótese que no se hace uso de la salida → Bucle Abierto

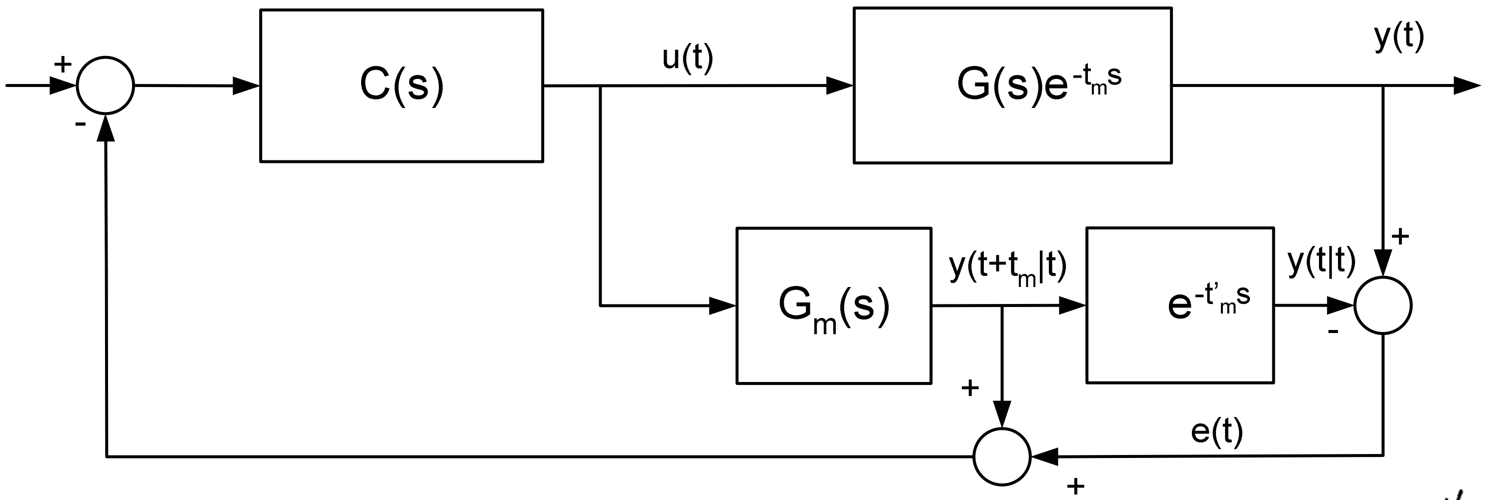
- La función de transferencia será:

$$G_{BC}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_m(s)} e^{-t_m s}$$

- Si $G(s) = G_m(s)$, entonces equivale a adelantar el sensor → situación que no se da en la práctica.

El Predictor de Smith

- La estructura anterior es en el fondo una estructura de bucle abierto por que no se hace uso de la salida de la planta.
- La idea que incorpora el Predictor de Smith es la de usar la discrepancia entre la salida de la planta y la salida del modelo rápido retrasado para corregir la estimación de la salida en $t+t_m$ producida por el modelo rápido.
- La estructura del Predictor de Smith es:



- Además del "modelo rápido" se tiene el "modelo de planta": $G_m(s)e^{-t'_m s}$
- Si el "modelo de planta" coincide con la dinámica de la planta, es decir:

$$G_m(s)e^{-t_m s} = G(s)e^{-t_m s}$$

entonces el P.S. es igual a adelantar el sensor.

Ejemplo de Predictor de Smith

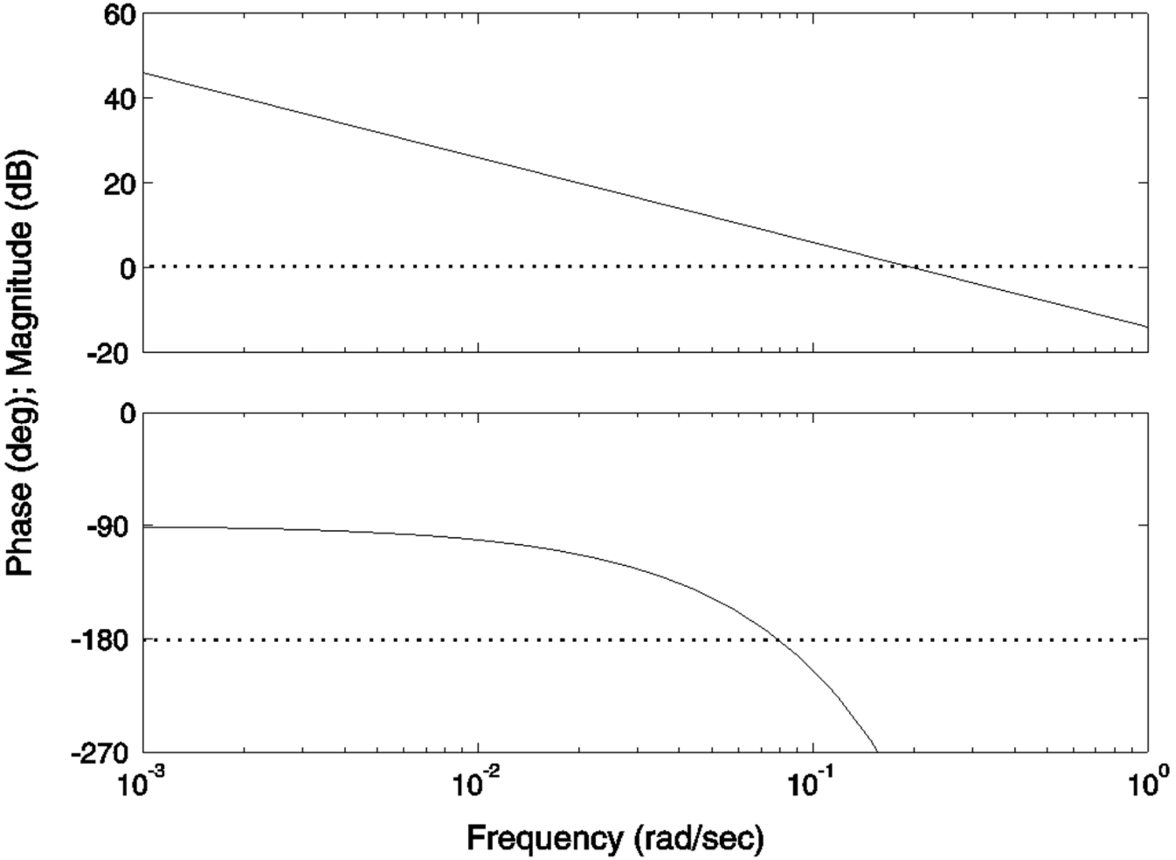
- Considérese el sistema:

$$G(s) = \frac{1}{1+10s}e^{-20s}$$

- Se diseña un PI resultando:

$$C(s) = \frac{1}{5}\frac{1+10s}{s}$$

- El Bode de C(s)G(s) es:

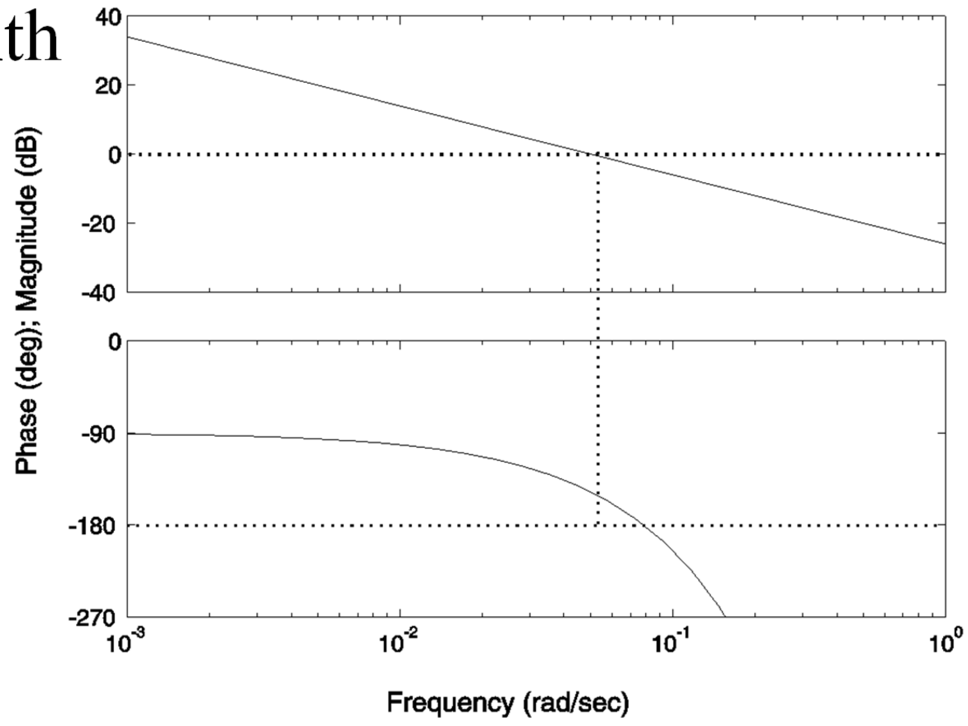


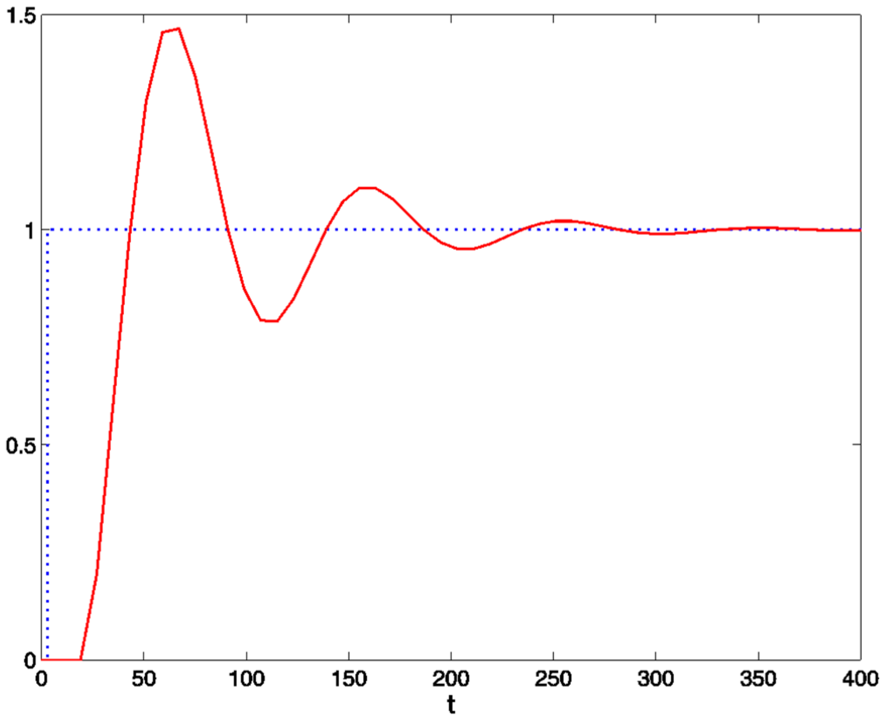
Margen de fase negativo → Inestable en BC

Ejemplo de Predictor de Smith

La solución tradicional sería desintonizar el controlador, por ejemplo *K=0.05*.

Margen de fase positivo, Estable en B.C.

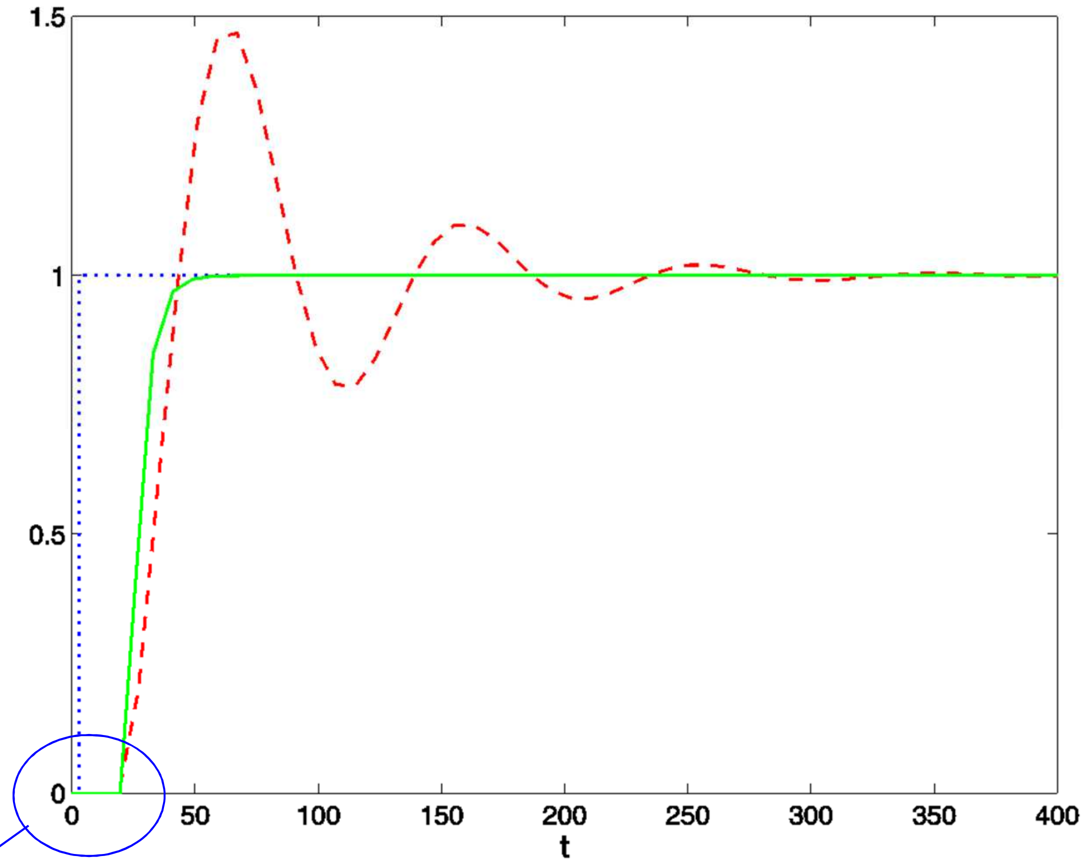




Pobre rendimiento, incluso sin perturbaciones.

Ejemplo de Predictor de Smith

Controlador original con Predictor de Smith



Obsérvese que aunque el rendimiento es mejor, el retraso es inevitable.

Efecto de los errores de modelado en el Predictor de Smith

- ¿Que sucede si el “modelo de planta” es $G_m(s)e^{t'_m s}$ en lugar de $G(s)e^{-t_m s}$?
- El error de modelado será:

$$\Delta G(s) = G(s)e^{-t_m s} - G_m(s)e^{-t'_m s}$$

- La función de transferencia de bucle cerrado será:

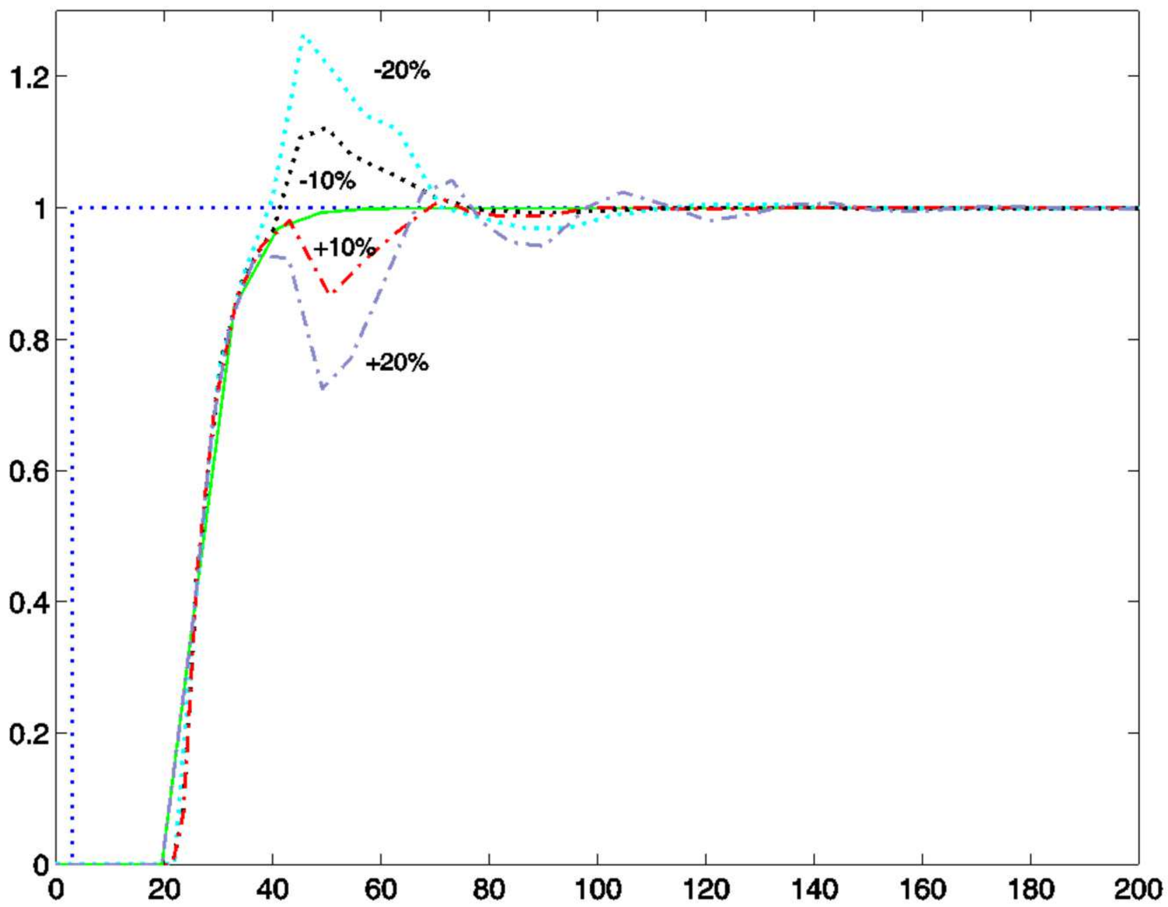
$$G_{BC}(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G_m(s) + C(s)\Delta G(s)} e^{-t_m s}$$

Término que depende de los errores de modelado

- El error de modelado afecta al polinomio característico y por tanto a la estabilidad de bucle cerrado. También puede reducir el margen de fase.
- Obsérvese que C(s) también afecta a ese término, por eso cuando hay errores de modelado, el efecto de los mismos puede mitigarse desintonizando C(s).

Efecto de los errores de modelado en el Predictor de Smith

Los errores en la estimación del retardo están entre los que más afectan



El Predictor de Smith para sistemas en tiempo discreto

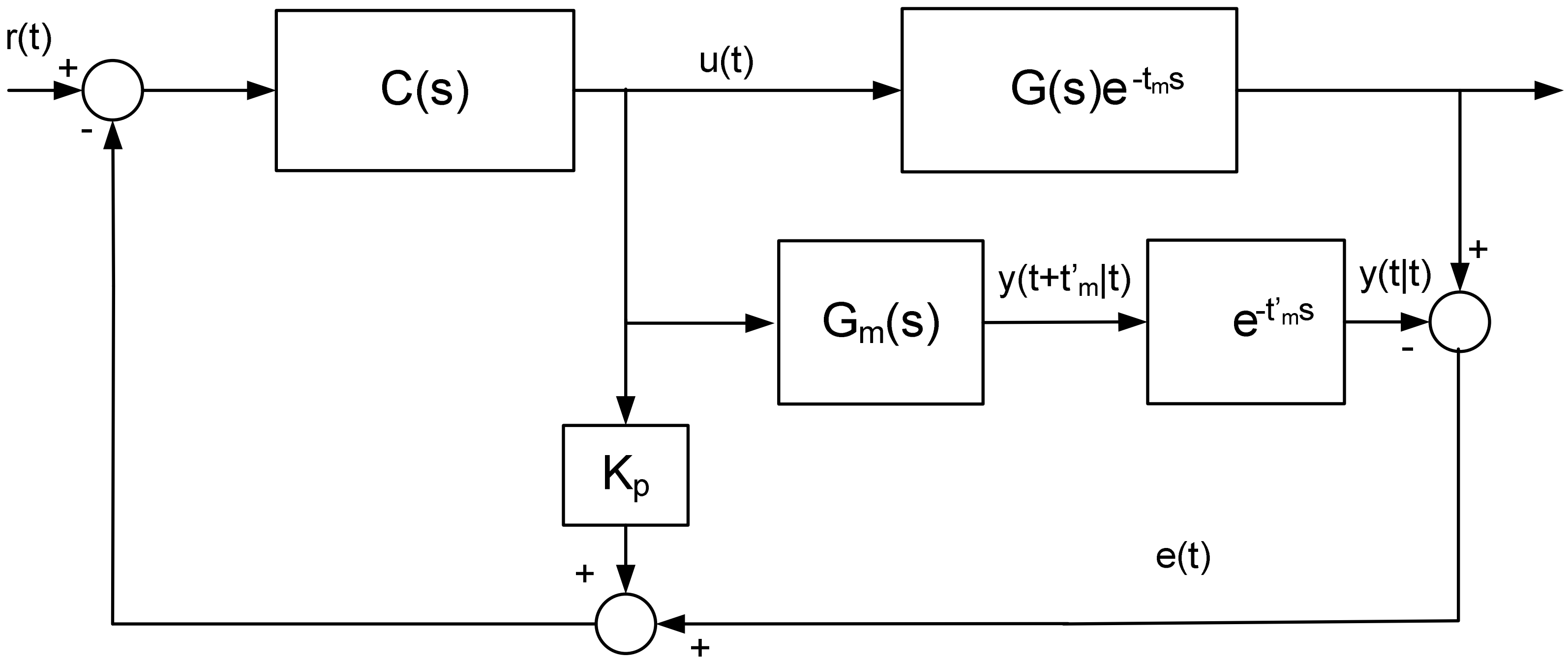
Esquema del algoritmo del Predictor de Smith en tiempo discreto.

```
Hacer

    esperar(Tiempo_de_Muestreo);

    k=k+1;

    ymr(k+d) = salida_modelo_rapido(k+d);
    ymp(k) = salida_modelo_planta(k);
    y(k) = leer(sensor);

    realim(k) = y(k) - ymp(k) + ymr(k+d);

    e(k) = ref(k) - realim(k);

    u(k) = calcula_control_C(e);

    aplica(u(k));

Hasta STOP
```

Esquema del tema

El Predictor PI

- Es una simplificación del Predictor de Smith.
- Aplicado a procesos cuya dinámica es tan rápida frente al retraso que se puede considerar que la planta se aproxima por una ganancia más un retraso.
- El “modelo de planta” será por tanto $G_m(s)e^{-t'_m s}$
- El “modelo rápido” será $G_m(s) = K_p$.



Control PI Predictivo

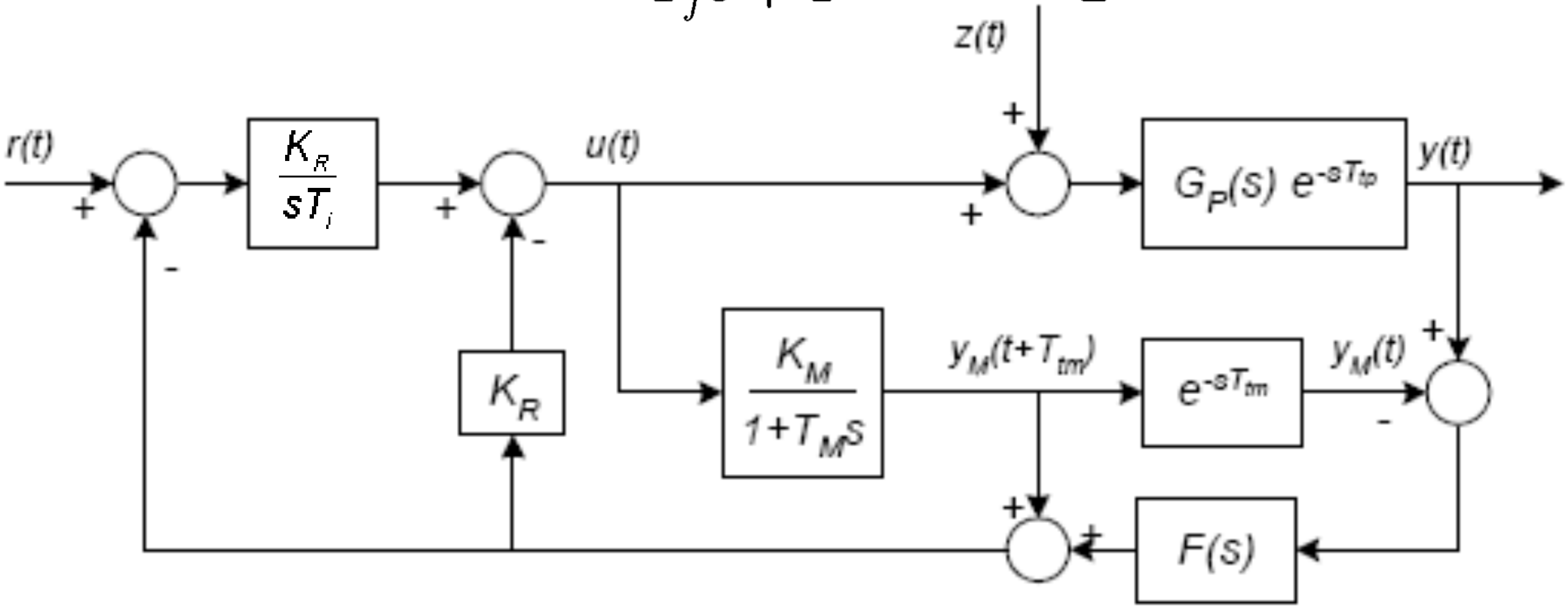
- Simplificación del Predictor de Smith dirigida a procesos con gran retraso.
- El modelo es de primer orden y el controlador un PI.
- Menos parámetros de sintonía.
- Los parámetros se eligen:

$$K_R = \frac{K_d}{K_M} \qquad T_i = \frac{T_M}{T_d}$$

K_d y T_d vienen de la respuesta deseada.

- F(s) es un filtro opcional para incrementar la robustez:

$$F(s) = \frac{1}{T_f s + 1} \qquad T_f = \frac{T_{tm}}{2}$$



Esquema del tema

8.1. Introducción.

8.2. Sistemas con retraso.

8.3. Problemática de los retrasos.

8.4. Predictor de Smith.

8.5. Predictor PI y control PI predictivo.

8.6. Control de sistemas de fase no mínima usando un predictor.

8.7. Control IMC.

Control de sistemas de fase no mínima usando un predictor

- En un sistema de fase no mínima cuando cambia la variable manipulada se ponen en marcha dos procesos:
  - Un proceso rápido pero poco intenso.
  - Otro proceso lento y más intenso que es el dominante.

Carácter opuesto

- La función de transferencia se puede considerar:

$$G(s) = G_1(s) + G_2(s)$$

- Supóngase que ambas funciones son sistemas de primer orden:

$$G_1(s) = \frac{K_1}{1+\tau_1 s} \qquad G_2(s) = \frac{-K_2}{1+\tau_2 s}$$

- La función de transferencia de BC será:

$$G(s) = \frac{(K_1\tau_2 - K_2\tau_1)s + (K_1 - K_2)}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}$$

- Además de los dos polos, aparece un cero:

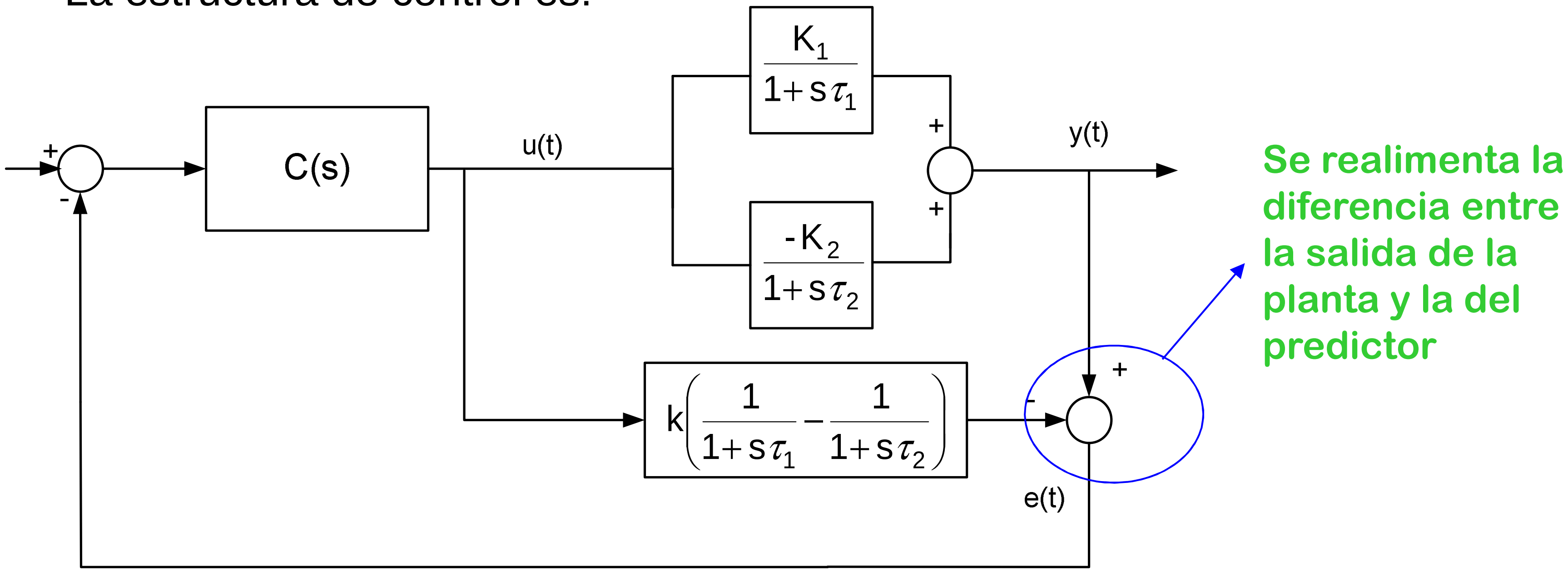
$$c = -\frac{K_1 - K_2}{K_1\tau_2 - K_2\tau_1} \quad \text{inestable si} \begin{cases} K_1 > K_2 \text{ y } \tau_1 \gg \tau_2 \\ \text{o bien} \\ K_2 > K_1 \text{ y } \tau_2 \gg \tau_1 \end{cases}$$

Control de sistemas de fase no mínima usando un predictor

- Los sistemas de fase no mínima pueden resultar difíciles de controlar debido a por ejemplo a la amplitud de componentes de alta frecuencia.
- Se puede usar una estructura análoga al Predictor de Smith en la que el predictor es:

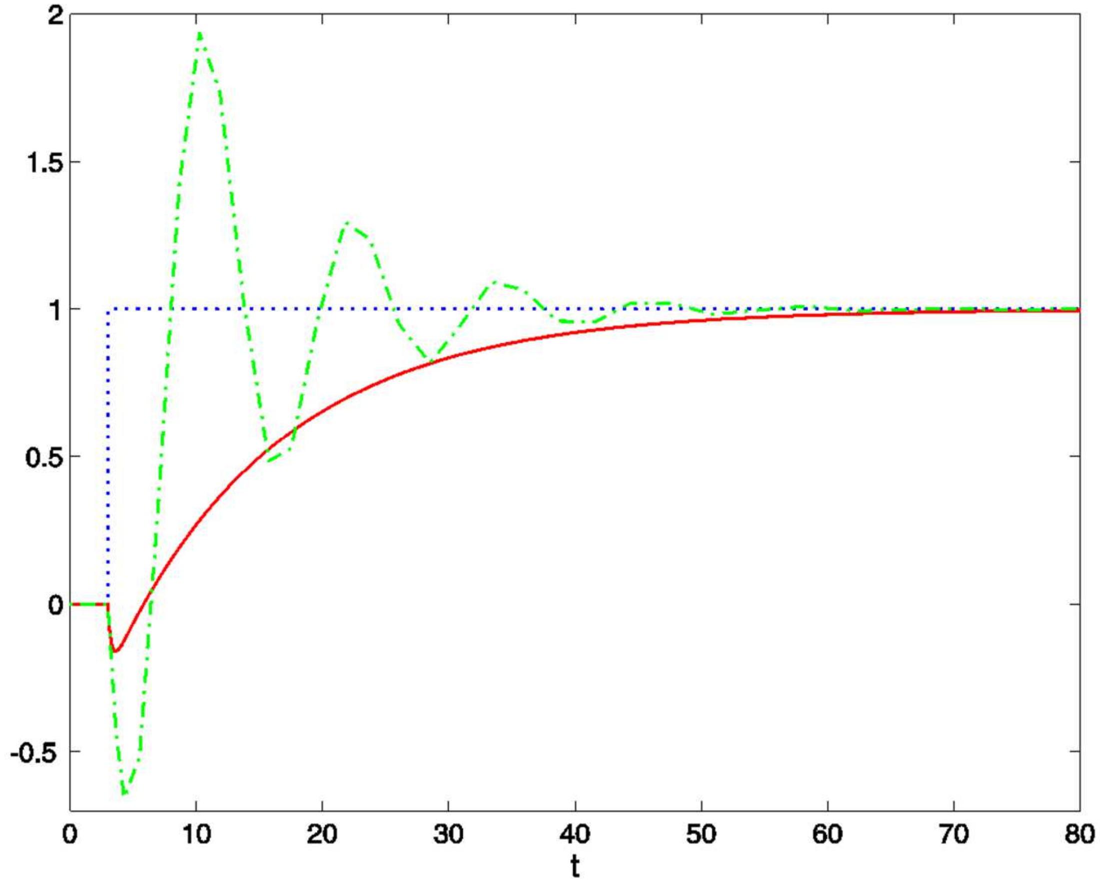
$$G(s) = k\left(\frac{1}{1+\tau_1 s} - \frac{1}{1+\tau_2 s}\right)$$

- La estructura de control es:



Ejemplo de control de sistemas de fase no mínima

Control de un sistema de fase no mínina usando un mismo PI en un lazo de realimentación simple y en la estructura de predicción propuesta



Esquema del tema

8.1. Introducción.
8.2. Sistemas con retraso.
8.3. Problemática de los retrasos.
8.4. Predictor de Smith.
8.5. Predictor PI y control PI predictivo.
8.6. Control de sistemas de fase no mínima usando un predictor.
8.7. Control IMC.

Control por modelo interno (IMC)

- Estructura de control de propósito general análoga a las vistas en este tema.
- Considérese un proceso:

$$Y(s) = G(s)U(s) + d$$

donde *d* agrupa todo el efecto de perturbaciones no medibles sobre la salida.

- El propósito es llevar la salida a un valor deseado R(s):

$$R(s) = G(s)U(s) + d$$

y de ahí:

$$U(s) = \frac{1}{G(s)}(R(s) - d)$$

Conociendo G(s) y d se puede obtener el "control perfecto"... pero G(s) no se puede conocer con total exactitud y d no es medible.

Control por modelo interno (IMC)

- Si $\widehat{G}(s)$ es el mejor modelo disponible de G(s), entonces

$$\widehat{d}(s) = Y(s) - \widehat{G}(s)U(s)$$

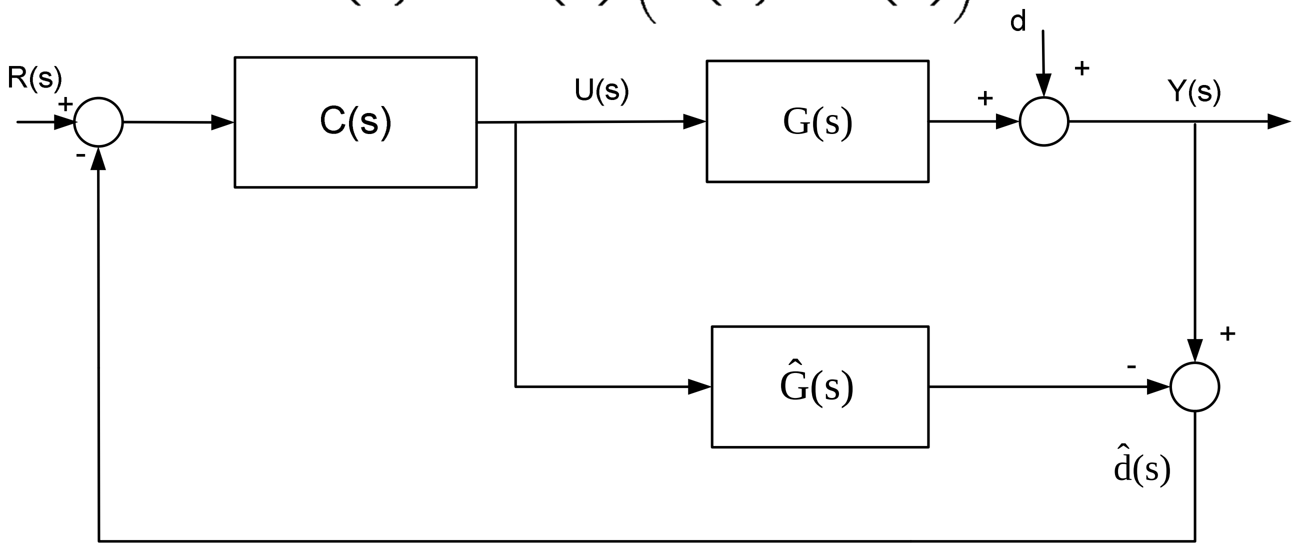
  es la mejor estimación de la perturbación.

- Se escoge como controlador el inverso del modelo:

$$C(s) = \frac{1}{\widehat{G}(s)}$$

- De manera que reescribiendo la ecuación del “control perfecto”:

$$U(s) = C(s)\left(R(s) - \widehat{d}(s)\right)$$

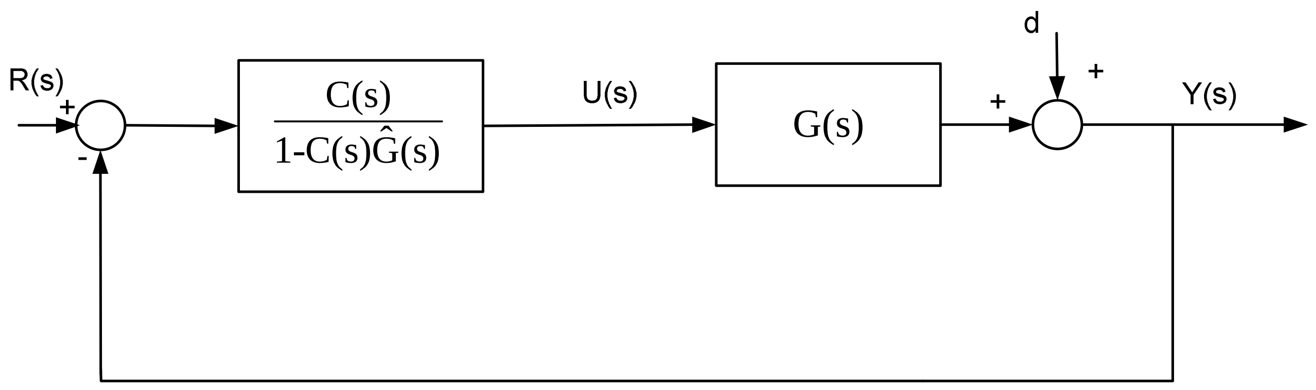


Control por modelo interno (IMC)

- **Garantía de estabilidad nominal:** El sistema será estable en bucle cerrado cuando la planta y el controlador lo sean.
- **Control sin e.r.p.:** se consigue si la ganancia estática del controlador es igual al inverso de la del modelo (no planta).
- **Problema:** C(s) puede no ser realizable por ser el modelo no invertible.
- Procedimiento de diseño:
  - Factorizar
    $$\widehat{G}(s) = \widehat{G}_+(s)\widehat{G}_-(s)$$
    donde $\widehat{G}_+(s)$ contiene los factores no invertibles: retrasos, ceros inestables y además tiene ganancia estática 1.
  - El controlador queda especificado como:
    $$C(s) = \frac{1}{\widehat{G}_-(s)}F(s) \quad \text{con} \quad F(s) = \frac{1}{(\lambda s + 1)^n}$$
    donde λ y n se eligen para que C(s) sea propio.

Control por modelo interno (IMC) - Ejemplo

- Puede utilizarse la siguiente estructura alternativa:



- Ejemplo: Sea

$$G(s) = \frac{5}{8s+1}e^{-10s}$$

- La factorización es:

$$G_+(s) = e^{-10s} \quad G_-(s) = \frac{5}{8s+1}$$

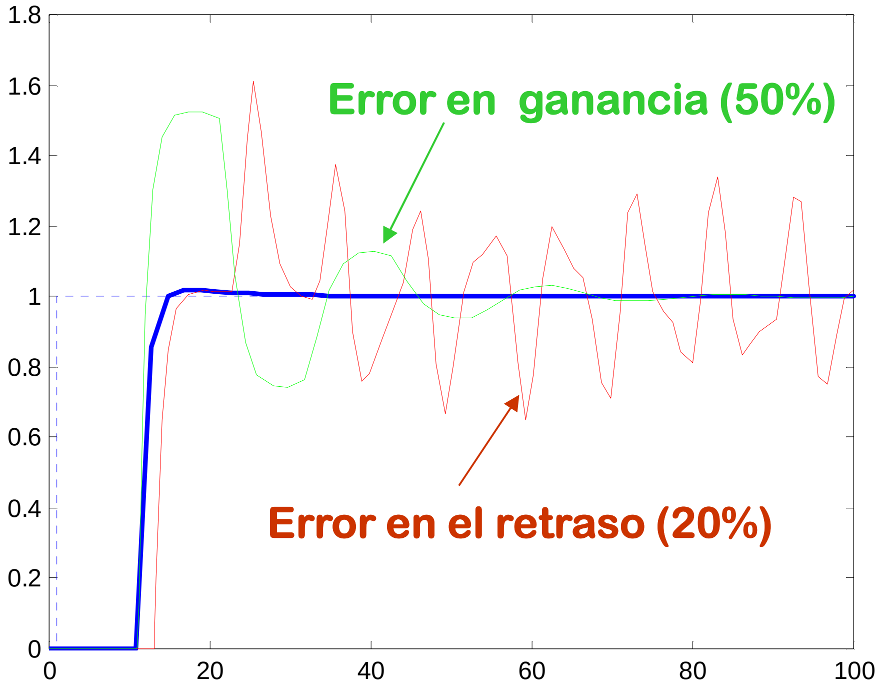
Control por modelo interno (IMC) - Ejemplo

- El controlador resulta:

$$C(s) = \frac{1}{G_{-}(s)} F(s) = \frac{1}{5}\left(\frac{8s+1}{\lambda s+1}\right) \qquad \mathbf{n = 1}$$

Un mayor valor de λ desintoniza el controlador

$\lambda = 1$



$\lambda = 10$